



Unione Europea

COMPETENZE PER LO SVILUPPO (FSE)

FONDI
STRUTTURALI
EUROPEI

pon
2007-2013



MIUR



ALL – Adult literacy and life skills

**COMPETENZA MATEMATICA
FUNZIONALE (*numeracy*) E
COMPETENZA DI PROBLEM SOLVING**

La competenza matematica funzionale (numeracy), si definisce come quell'insieme di conoscenze e competenze per utilizzare in modo efficace gli strumenti matematici in diversi contesti in cui se ne richiede l'applicazione



Il **comportamento matematico di un individuo** è rilevabile quando l'individuo gestisce una situazione o risolve un problema in un contesto reale; il che significa che è in grado di **reagire a informazioni** relative a **idee matematiche** che **si configurano in diversi modi**; richiede **l'attivazione di un insieme di conoscenze, comportamenti e processi** che consentono di affrontare la situazione.

Reagire a informazioni ovvero **processi cognitivi** che si attivano



Identificazione o individuazione
Interpretazione
Comunicazione

idee matematiche

Quantità e numero
Dimensioni e forma
Schema e relazioni
Dati e possibilità
Trasformazione

si configurano in diversi modi

Oggetti e immagini
Numeri e simboli
Formule
Diagrammi e mappe
Grafici
Tabelle
Testi

l'attivazione di un insieme di conoscenze, comportamenti e processi

conoscenze matematiche
abilità di soluzione di problemi matematici
abilità alfabetiche
convinzioni e atteggiamenti

La definizione di *numeracy* sottolinea le caratteristiche della *funzionalità* che si adattano meglio ad interpretare questa competenza nella vita adulta, cercando di superare i concetti che si limitano ad indicare la sola conoscenza della matematica scolastica.



Non si limita, quindi, ad indicare solo capacità aritmetiche o di calcolo, ma comprende anche la capacità di operare stime, misure, calcoli statistici.

Il concetto di numeracy, in quanto competenza funzionale, comprende anche i processi di comunicazione attraverso il linguaggio matematico (capacità di interpretare messaggi che contengono simbologie e formalizzazioni) e di esprimere processi di ragionamento in questo ambito.

Le domande/item, che rappresentano i compiti, sono costruite sulla base di quattro caratteristiche chiave che si riferiscono a processi di ragionamento matematico

- | | |
|--------------------|---|
| Tipologia a | <i>Obiettivi/contesti:</i> un rispondente utilizza la numeracy per rispondere o soddisfare necessità o raggiungere un obiettivo. |
| Tipologia b | <i>Risposta:</i> in situazioni reali una persona reagisce sulla base di competenze possedute e quindi è capace o non è capace di identificare una informazione di tipo matematico che gli permette di conseguire uno scopo. |
| Tipologia c | <i>Informazione matematica o statistica:</i> una persona è in grado di quantificare aspetti della realtà in cui vive (uso del concetto di lunghezza, area, volume , temperatura, guadagni, profitti, valori monetari e di cambio ecc.). |
| Tipologia d | <i>Presentazione della informazione matematica o statistica:</i> l'informazione può essere rappresentata attraverso oggetti concreti, rappresentazioni dirette, simboli, formule, che modellizzano relazioni tra grandezze o variabili. |

Grado di difficoltà dei compiti

In ALL vengono di conseguenza considerati 5 fattori fondamentali che influiscono singolarmente o interagendo tra loro, sul livello di difficoltà dei compiti relativi alla numeracy.

Aspetti	Categoria	Intervallo
Aspetti matematici	1. Complessità di informazioni/dati matematici	Da concreto/semplce a astratto/complesso
	2. Tipo di operazione	Da semplice a complessa
	3. Numero previsto di operazioni	Da una a molte
Aspetti testuali	4. Plausibilità dei distrattori	Da nessun distrattore a più distrattori
	5. Tipo di associazione/trasparenza del problema	Da ovvia/esplicita a complessa

Esempio

Si chiede osservare una foto che rappresenta una confezione piena di bottiglie di coca cola (**stimolo**) e di calcolarne il numero (**domanda/item**). La confezione contiene due piani di bottiglie, il primo piano è tutto visibile, l'adulto deve immaginare il numero di bottiglie contenute nella parte bassa che non è completamente visibile.

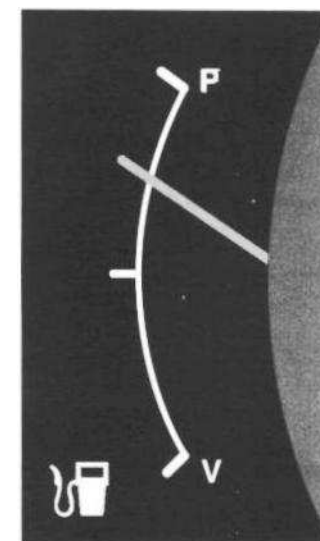
una sola semplice operazione —→ contare

<i>Numeracy</i>	Descrizione
Livello 1	I compiti di questo livello richiedono al rispondente di dimostrare che comprende i concetti aritmetici di base eseguendo compiti semplici in contesti reali, familiari in cui il contenuto matematico è indicato esplicitamente e accompagnato da un breve testo. Si tratta di una sola semplice operazione, quale contare, classificare/raggruppare dati, effettuare operazioni aritmetiche semplici o capire delle percentuali di uso corrente del tipo 50%.

Esempi di prove – Numeracy livello due

Esempio

Si presenta l'immagine dell'indicatore del livello di benzina nel serbatoio di una macchina. L'indicatore ha tre tacche, quella in alto è segnata con una P e quella in basso con una V, quella centrale non ha nessuna etichetta, la freccia segnala che il livello della benzina si trova a metà tra la tacca mediana e quella che ha l'etichetta P; la consegna informa che il serbatoio contiene 48 litri di benzina e chiede di stabilire quanti litri di benzina sono rimasti nel serbatoio. Il rispondente deve interpretare una immagine che rimanda informazioni quantitative, ma che non contiene numeri scritti, l'unica informazione espressa in termini matematici è contenuta nella domanda; il processo richiesto è quello di convertire la posizione della freccia sull'indicatore in una frazione e poi di fare il calcolo e rispondere con un numero.



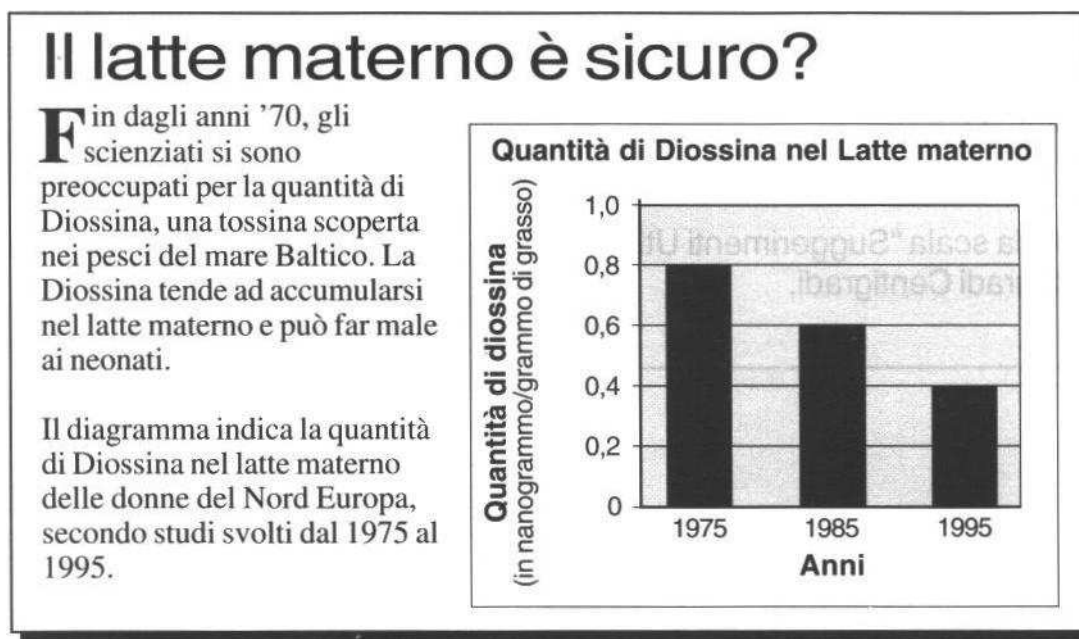
<i>Numeracy</i>	Descrizione
Livello 2	Compiti che consistono nel riconoscere e comprendere concetti matematici di base riferiti a diversi contesti quotidiani in cui il contenuto matematico è esplicitamente visualizzato, sono presenti pochi distrattori. Si tratta in genere di effettuare uno o due calcoli in sequenza e stime da effettuare su numeri interi, percentuali e frazioni, di interpretare rappresentazioni grafiche o spaziali e di effettuare semplici misurazioni.

Esempi di prove – Numeracy livello tre

Esempio

Un breve articolo di giornale intitolato “il latte materno è sicuro?” composta da un testo di due paragrafi e un grafico che presenta la percentuale di diossina nel latte materno di donne del Nord Europa nel 1975, 1985, 1995 calcolata in nanogrammi/grammi di grasso (**stimolo**).

La domanda di livello 3 chiede di descrivere con parole proprie come è cambiata la quantità di diossina, il grafico mostra che la quantità è diminuita (**domanda/item**). La struttura del testo tende a confondere l’adulto perché rispondendo deve tradurre in parole proprie, o quello che è espresso dallo istogramma, o deve riferirsi all’orientamento dei valori decimali indicati sull’asse verticale.



Numeracy	Descrizione
Livello 3	I compiti di questo livello portano chi risponde a dimostrare che capisce le informazioni matematiche presentate in vari formati: numeri, simboli, carte geografiche, grafici, testi e diagrammi. Le competenze necessarie sono le nozioni di numero e di spazio, la conoscenza dei processi e delle relazioni matematiche e la capacità di interpretare le proporzioni, i dati e le statistiche presentate in testi relativamente semplici che possono contenere distrattori. I compiti consistono abitualmente nell’effettuare un certo numero di operazioni per risolvere i problemi.

Esempi di prove – Numeracy livello quattro

Esempio

Sullo stimolo precedente è presentata anche una domanda di livello 4 che chiede di fare il confronto tra la percentuale di variazione del livello di diossina tra il 1975 e il 1985 e il 1985 e il 1995, di dire quale variazione è maggiore e spiegare la risposta (**domanda/item**). L'informazione necessaria è contenuta nel grafico, la consegna (compito) richiede di saperla trasformare e interpretare; chi risponde deve capire che deve esprimere il tasso di variazione in *percentuale* e non in *valore assoluto*.

<i>Numeracy</i>	Descrizione
Livello 4	I compiti di questo livello esigono dal rispondente che capisca una quantità di dati matematici di natura più astratta rappresentati in vario modo, cioè in un testo che presenta complessità crescente o in contesti poco familiari. Questi compiti comportano molte tappe allo scopo di trovare soluzioni a problemi e richiedono competenze di ragionamento e di interpretazione, quali la capacità di comprendere e di applicare proporzioni e formule o di spiegare le risposte date.

Esempi di prove – Numeracy livello cinque

Esempio

Lo **stimolo** consiste in una pubblicità in cui viene descritto come è possibile per un investitore raddoppiare in sette anni una somma investita al tasso fisso del 10% annuo. La consegna (**domanda/item**) chiede di calcolare se è possibile raddoppiare una somma di €1000,00 investita in quel modo e dimostrare la risposta attraverso i calcoli.

Chi risponde può fare i calcoli che vuole, ma può usare un “tutore finanziario”, che accompagna la pubblicità (presentato nello stimolo) e fornisce una formula da applicare per stimare il valore di un investimento.

Tutti possono usare una calcolatrice, il compito è complesso perché richiede di procedere per successive tappe, calcolare percentuali e vari tipi di operazioni. Se non si adopera la formula fornita bisogna sapere come si calcola l'interesse composto.

<i>Numeracy</i>	Descrizione
Livello 5	I compiti di questo livello esigono dal rispondente che capisca delle rappresentazioni complesse e concetti matematici e statistici astratti e formali. Può essere richiesto al rispondente di analizzare e di integrare molti dati matematici contenuti in testi complessi. Alcuni compiti chiedono di fornire una spiegazione matematica delle risposte date.

La competenza di problem solving si definisce come “pensiero in azione, orientato al raggiungimento di uno scopo in una situazione in cui non esiste una procedura di soluzione precostituita”



In ALL si è scelto di misurare, come **abilità** di problem solving, il **ragionamento analitico** in contesti reali.

Il criterio di misurazione adottato, si definisce come “*approccio al progetto*”:

- viene sottoposto un **problema** che può capitare nella vita reale (progetti per comperare una bicicletta o programmare un viaggio)
- secondo la sequenza idealizzata di passi, per risolvere il problema, si deve lavorare su item indipendenti, che riguardano la valutazione degli obiettivi, l'analisi della situazione (raccolta delle informazioni), la pianificazione, l'esecuzione delle fasi operative e il controllo dei risultati.

E' necessario tener presente che la ricerca in psicologia cognitiva evidenzia come un *processo di problem solving* si attiva in presenza di alcune conoscenze dell'ambito in cui il problema è posto.

Il problem solving dipende dalla *conoscenza di concetti e fatti* (*conoscenze dichiarative*) e conoscenza di *regole e strategie* (*conoscenze procedurali*) in un ambito specifico.

Persone, che hanno una scarsa o nulla dimestichezza con gli ambiti che la situazione problematica propone, non riescono ad esplorare il problema o a costruire in modo sistematico una strategia di soluzione, nello stesso modo, chi ha già una conoscenza completa di questi ambiti, tende ad applicare soluzioni di routine.

Le prove di problem solving sono costruite in modo da garantire il minimo di informazione necessaria per sviluppare un ragionamento adeguato a raggiungere gli scopi indicati nella consegna.

Prove di problem solving

Per la costruzione di test si utilizza il *modello dell'azione completa*, ovvero prove che includano le fasi di *pianificazione*, *esecuzione* e *valutazione*.

Sulla base di questo modello si costruiscono i **compiti** che vengono successivamente integrati nel corso dell'azione relativa ad un progetto di vita quotidiana.

I singoli compiti **possono essere risolti indipendentemente** uno dall'altro per cui un rispondente non risolve il problema descritto all'inizio di un progetto ma piuttosto risolve i singoli compiti che possono essere in qualche modo collegati all'azione proposta.

Gli **item si presentano in diversi formati**: a scelta multipla, disposizione in sequenza, scrivere uno o più numeri o lettere o una combinazione dei due, individuazione di corrispondenze, a risposta aperta.

Prove di problem solving

Il problema si caratterizza in questo modo:

- *Contesto*, si può collocare in ambiti diversi e quindi apparire più o meno autentico.
- *Ampiezza*, una persona può attenersi a aspetti limitati e concreti di un compito, pianificare e eseguire azioni complesse o valutare sequenze di azioni multiple.
- *Complessità*, il problema può essere definito bene o male, può contenere condizioni esplicite o non, un certo numero di elementi indipendenti o un gran numero di elementi interdipendenti.

I processi cognitivi che si attivano nel problem solving sono:

Cercare l'informazione

Ragionare alla luce di modelli situazionali

Pianificare le azioni e altre tappe di soluzioni

Eseguire e valutare le tappe di soluzione

Procedere per verifiche e riscontri continui (feed back)

Prove di problem solving

I compiti si caratterizzano attraverso un processo in cui si succedono *tappe e decisioni*.

I *test di problem solving* hanno questa struttura:

- definizione di uno scopo
- analisi della situazione data e costruzione di una rappresentazione mentale
- individuazione di una strategia e pianificazione di tappe ed articolazioni
- esecuzione del piano, includendo controlli ed eventuali modificazioni necessarie
- valutazione del risultato

Grado di difficoltà dei compiti

Le variabili che concorrono a determinare il grado di difficoltà o di discriminazione degli item, possono essere raggruppate in tre grandi categorie:

- 1. tipo di informazione*
- 2. plausibilità dei distrattori/complessità delle informazioni*
- 3. tipo di procedimento associativo/risolutivo.*

Grado di difficoltà dei compiti

1. Tipo di informazione tende ad individuare:

- tipo di informazioni e il numero dei diversi tipi di informazioni utilizzate in un item (informazioni testuali, quantità, tabelle, mappe, diagrammi, orari, programmi)
- la quantità di informazioni che devono essere elaborate
- la quantità delle fonti di informazioni, poiché le informazioni necessarie dei compiti di cui si compone il progetto possono potenzialmente essere rintracciate in diverse fonti (introduzione, opuscolo informativo, testo dell'item)

2. Plausibilità dei distrattori, tende ad individuare:

- l'esistenza di informazioni superflue
- i criteri di valutazione, se sono o no ben definiti o se devono essere determinati dal rispondente al test.

Grado di difficoltà dei compiti

3. Tipo di procedimento associativo/risolutivo, prende in considerazione i seguenti elementi:

- i requisiti principali su cui si basa la risoluzione dell'item, che possono essere o solo ragionamento analitico o una combinazione di ragionamento analitico e conoscenza pratica o solo conoscenza pratica;
- il tipo di elaborazione, si distingue tra identificazione, valutazione, classificazione, integrazione e combinazione;
- il collegamento dei processi cognitivi: indipendenti, disposti linearmente o reciprocamente dipendenti; i processi cognitivi sono collegati, ad esempio, se la scelta di un'alternativa di risposta dipende dalla scelta di un'altra
- ragionamento di meta livello: se un certo ragionamento sulla concordanza e la necessità delle informazioni sia necessario o meno alla risoluzione dell'item
- produzione di idee: se è necessaria o meno
- numeri di criteri da prendere in considerazione per risolvere un item
- numero di fasi di valutazione necessarie a risolvere l'item; per ricavare questo numero, viene descritto un procedimento risolutivo che suppone una maniera ben definita e graduale di risolvere il test da parte del rispondente; ciascuna singola decisione su di un elemento dell'item, come ad esempio una alternativa di risposta, viene quindi calcolata come una fase di valutazione.

4 livelli di difficoltà in relazione all'analisi e risoluzione dei problemi

<i>Problem solving</i>	Descrizione
Livello 1	I compiti di questo livello portano in genere il rispondente a fare delle semplici deduzioni a partire da informazioni limitate relative a un contesto familiare. Questi compiti sono piuttosto concreti e fanno solo in parte appello al ragionamento. Portano il rispondente a fare semplici accostamenti senza dover produrre verifiche sistematiche. Il rispondente deve produrre delle conclusioni direttamente, partendo dalla informazione che gli è fornita nel testo e dalle sue conoscenze relative a contesti familiari.
Livello 2	Il compiti di questo livello richiedono che il rispondente valuti alcune soluzioni alternative in funzione di criteri ben definiti, trasparenti e espliciti. Tuttavia il ragionamento è sviluppato per tappe, in sequenza lineare, senza deviazioni, circonvoluzioni o ritorni su tappe precedenti. Per risolvere un problema il rispondente si trova a disposizione diverse fonti di informazione p.e. le informazioni sono reperibili sia nella sezione del fascicolo che contiene le domande, sia nella sezione del fascicolo che contiene le informazioni generali che descrivono la prova.
Livello 3	I compiti di questo livello richiedono che il rispondente ordini più elementi secondo criteri forniti, determini una sequenza di interventi o di eventi e formuli soluzioni che tengano conto di condizioni interdipendenti diverse, spesso non esplicite e trasparenti. Il processo di ragionamento si sviluppa in modo non lineare, e quindi necessita di rigore. A questo livello il rispondente si trova a dover far fronte a esigenze molteplici o mal formulate.
Livello 4	I compiti di questo livello richiedono al rispondente di valutare l'eshaustività, la coerenza o l'interdipendenza di vari criteri. In molti casi deve spiegare come ha trovato la soluzione e giustificarla. Chi risponde deve ragionare in una meta – prospettiva, tenendo conto di un sistema completo di condizioni di soluzione dei problemi e delle soluzioni possibili. Prima di iniziare a risolvere il problema spesso chi risponde deve dedurre criteri e obiettivi a partire dalle informazioni fornite.

Esempio di prova di problem solving

La prova che viene presentata non è stata effettivamente sottoposta al campione della indagine fondamentale, ma è un modello che permette di capire la struttura e lo sviluppo del compito

Presentazione del compito:

Il rispondente dovrà organizzare un viaggio e un incontro di famiglia.

“Immagini di abitare nella città di ...A... La sua famiglia vive sparpagliata ai quattro angoli del Paese, vorrebbe organizzare un incontro di famiglia che durerà una giornata. Decidete di riunirvi nella città di B, che è facilmente raggiungibile da tutti. In famiglia siete tutti appassionati di passeggiate, quindi decidete di prevedere una lunga passeggiata in un parco provinciale che si trova vicino alla città di B. Ha accettato di incaricarsi della organizzazione”.

Al rispondente viene presentata una *lista di tappe* che scandiscono le attività da svolgere

- Fissare la data della riunione
- Valutare tutte le raccomandazioni da rivolgere ai vostri parenti in vista della passeggiata
- Pianificare il ruolino di marcia da seguire prima di prenotare il suo biglietto do aereo
- Rispondere alle domande dei suoi parenti circa il viaggio in aereo
- Prenotare il suo biglietto aereo
- Controllare che il suo biglietto sia esatto
- Organizzare lo spostamento dall'aeroporto e la città di B

Esempio di prova di problem solving

Il primo compito di questo “progetto”, *Fissare la data dell’incontro di famiglia*, può costituire un buon esempio di compito di problem solving, viene quindi presentato di seguito così come si potrebbe trovare in un fascicolo.

Fissare la data dell’incontro

L’incontro di famiglia si terrà nel mese di luglio.

Dovrà chiedere a tutti i suoi parenti di comunicarle una data conveniente per loro. Si metterà in contatto con loro per conoscere i loro impegni nel mese di luglio. Consulti la sua agenda . Si accorgerà che alcune persone dovranno arrivare un giorno prima e altre il giorno successivo alla riunione.

Consulti la lista degli impegni dei suoi parenti a luglio 1999

Enrico	Karina	Pietro	Gianna	Anna	Francesco
In Vacanza dal 26 luglio	Le va tutto bene, salvo il 16 luglio	Impegno di lavoro 2 e 13 luglio; e 27 e 29 luglio	Nessun impegno	Non può liberarsi di impegni nei giorni 5,20 e 24 luglio	Avrà un impegno di affari in una data imprecisata nella prima settimana di luglio, le date gli saranno comunicare il giorno prima
Incontro 11 luglio					

Enrico, Karina e Pietro potrebbero arrivare il giorno stesso dell’incontro, mentre Gianna, Anna e Francesco dovranno arrivare il giorno prima , nel pomeriggio, e ripartire il giorno dopo.

Esempio di prova di problem solving

La sua agenda del mese di luglio 1999

Giovedì	1	Sabato	17
Venerdì	2	Domenica	18
Sabato	3	<i>Lunedì</i>	<i>19</i>
Domenica	4	Martedì	20
<i>Lunedì</i>	<i>5</i>	Mercoledì	21
Martedì	6	Giovedì	22
Mercoledì	7	Venerdì	23
Giovedì	8	Sabato	24
Venerdì	9	Domenica	25
Sabato	10	<i>Lunedì</i>	<i>26</i>
Domenica	11	Martedì	27
<i>Lunedì</i>	<i>12</i>	Mercoledì	28
Martedì	13	Giovedì	29
Mercoledì	14	Venerdì	30
Giovedì	15	Sabato	31
Venerdì	16		

Domanda 1 Quali delle date sotto indicate potrebbero essere adatte per l'incontro di famiglia?

a	4 luglio
b	7 luglio
c	14 luglio
d	18 luglio
e	25 luglio
f	29 luglio

Questo progetto esemplifica bene come la logica delle azioni richieste viene tradotta in un percorso concreto di azioni specifiche.

La situazione di contesto, l'organizzazione del viaggio, la riunione di famiglia, sono *situazioni* che ricorrono nella vita delle persone e *possono essere facilmente riconosciute anche da persone che vivono in paesi diversi*.

Il compito inizia con una piccola introduzione, seguita da tipi diversi di informazione.

Nell'esempio presentato chi risponde, per fissare la data della riunione, deve **confrontare, comparare e assimilare bene la lista degli impegni dei parenti, le informazioni complementari** (p.e. il fatto che alcuni devono dormire due notti in albergo) **e gli impegni personali del mese di luglio**.

L'informazione in genere è fornita in un testo oppure sotto forma di tabella; nei quesiti a scelta multipla non è indicato il numero di risposte da dare.